Exercice N°7 L'espace est rapporté à un repère orthonormé de sens direct $\left(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OK}\right)$. On considère le cube de sommets O, I, R, J, K, L, M, N. On note A le milieu de [IL] et B le point défini par : $\overrightarrow{KB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{KN}$. On appelle (P) le plan passant par les points O, A et B.

1) a) Déterminer les coordonnées des points A et B. b) Déterminer les coordonnés du vecteur $\vec{U}=\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$.

c) Montrer alors que l'aire du triangle OAB est $\frac{\sqrt{14}}{6}$.

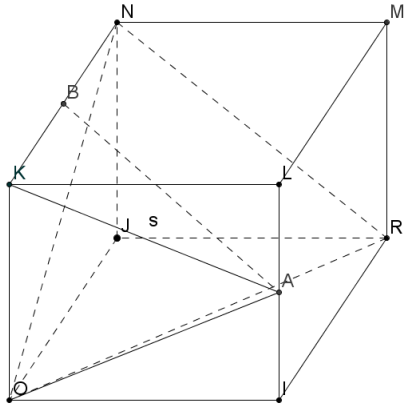
2) Le point $C\left(1,\frac{1}{3},1\right)$ appartient-il à (P) ? Justifier votre réponse.

3) On considère le tétraèdre OABK.

a) Montrer que le volume de ce tétraèdre est $\frac{1}{9}$. b) Calculer alors la distance du point K au plan (P).

Exercice N°7 1)a) $A\left(1,0,\frac{1}{2}\right)$ *et* $B\left(0,\frac{2}{3},1\right)$. ; b) $\vec{u}=\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-1/3\\-1\\2/3\end{pmatrix}$.

c) L'aire du triangle OAB est égal à
$\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\vec{u}\right\|=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{9}+1+\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{14}}{6}$.



2) Le plan (P) admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1/3\\-1\\2/3\end{pmatrix}$ donc,

M appartient à (P) si et seulement si $\overrightarrow{OM}.\vec{u}=0$. On en déduit une équation cartésienne de (P) :x+3y-2z=0. On vérifie alors que le point C appartient bien à (P).

3) a) Le volume V du tétraèdre OABK est égal à : $\frac{1}{3}\times aire(OBK)\times AH$ où H est le projeté orthogonal de A sur le plan (OBK). On a AH=LK=1, de plus, le triangle (OBK) est rectangle en K. son aire est : $\frac{1}{3}$ *donc* $V=\frac{1}{9}$.

b) Si H' est le projeté orthogonal de K sur le plan (OAB), on a aussi : $V=\frac{1}{3}\times aire(OBA)\times KH'$ or l'aire du triangle OAB est $\frac{\sqrt{14}}{6}$ alors $KH'=3\times\frac{1}{9}\times\frac{6}{\sqrt{14}}=\frac{2}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$ c'est la distance du point K au plan (P).

Exercice N°8 L'espace E est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On considère les points S(1,1,2), A(-3,0,0) , B(1,0,-2)et C(-1,1,0).

1) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P d'équation :x-2y+2z+3=0.
2) Soit Q l'ensemble des points M de E vérifiant $\left(\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BS}\right)\overrightarrow{SM}=0$.
   a) Montrer que Q est un plan dont on donnera une équation cartésienne.
   b) Montrer que P coupe Q suivant une droite Δ dont on donnera une représentation paramétrique.
   c) Calculer la distance du point A à la droite Δ.
3) a) Vérifier que SABC est un tétraèdre puis calculer son volume V.
   b) Calculer l'aire ***A*** du triangle SAC puis déduire la distance du point B au plan (SAC).
4) Soit Γ l'ensemble des M(x,y,z) tels que : $x^2+y^2+z^2+7y-2z-9=0$.
   a) Montrer que Γ est une sphère dont on précisera le rayon R et les coordonnées de son centre.
   b) Montrer que Γ est une sphère circonscrite au tétraèdre SABC.
   c) Montrer que P coupe Γ suivant un cercle que l'on caractérisera.

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...